

Correction Brevet de Mathématiques 2013 – Pondichéry

Exercice I – Vrai ou Faux (5 points)

Affirmation 1: VRAIE - Il s'agit d'une identité remarquable que nous pouvons développer:

$$(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4 \text{ qui est un bien nombre entier}$$

Affirmation 2: FAUSSE - 4 admet 1; 2 et 4 comme diviseurs.

Affirmation 3: VRAIE - Un cube possède 6 faces, une pyramide à base carrée en possède 5 et un pavé droit 6. Au total nous avons donc $6 + 5 + 6 = 17$ faces.

Affirmation 4: FAUSSE - Les points A, O, C et B, O, C sont alignés dans cet ordre mais

les rapports : $\frac{OA}{OC} = \frac{2}{3,5} \approx 0,57$ et $\frac{OB}{OD} = \frac{2,8}{5} = 0,56$ sont différents

D'après la contraposée du Théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice II – Statistiques (8 points)

- 1) Les plantules qui mesurent 0, 8 ou 12 centimètres répondent à la question. Donc en effectif, il y a $1 + 2 + 2 = 5$ plantules qui ont une taille d'au plus 12 cm.
- 2) La série s'étend de 0 cm à 22 cm donc son étendue est $22 - 0 = 22$ cm.
- 3) La moyenne est

$$\frac{1 \times 0 + 2 \times 8 + 2 \times 12 + 4 \times 14 + 2 \times 16 + 2 \times 17 + 3 \times 18 + 3 \times 19 + 4 \times 20 + 4 \times 21 + 2 \times 22}{1 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 2} =$$

$$\frac{0 + 16 + 24 + 56 + 32 + 34 + 54 + 57 + 80 + 84 + 44}{29} = \frac{481}{29} = 16,6 \text{ au dixième près.}$$

- 4) La médiane est la valeur qui sépare l'effectif en 2 parties égales. Ici nous avons un effectif impair de 29 plantules donc la médiane est la hauteur de la 15^e plantule lorsqu'elles sont classées par ordre croissant. Additionnons les effectifs pour voir où se trouve la 15^e plantule: $1 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 + 3 = 16$!

Donc la 15^e plantule mesure 18 centimètres. La médiane de cette série est 18. La moitié des plantules mesurent au moins 18 cm et la moitié des plantules mesurent au plus 18 cm !

- 5) L'effectif des plantules dont la taille est supérieur ou égale à 14 cm est de $4 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 2 = 24$ sur 29 au total.

Le pourcentage d'élèves ayant bien respecté le protocole est de

$$\frac{24}{29} \times 100 \approx 82,76\%$$

- 6) Avec l'expérience du professeur, l'effectif sera pair et de 30, la nouvelle médiane sera donc la hauteur comprise entre celle de la 15^e et la 16^e plantule.

Que la plantule du professeur soit inférieure, supérieure ou égale à 18 cm, les 15^e et 16^e plantules appartiennent toujours au groupe des plantules de 18 cm donc la médiane ne change pas.

Correction Brevet de Mathématiques 2013 – Pondichéry

Exercice III – Proportionnalité et Géométrie (6 points)

1) Calculons P avec les valeurs données dans l'énoncé

$$P = mg = 70 \times 9,8 = 686 \text{ N}$$

2) a. Calculons pour chacune des colonnes le quotient $\frac{P}{m}$

$$\frac{5,1}{3} = 1,7 \quad \frac{17}{10} = 1,7 \quad \frac{42,5}{25} = 1,7 \quad \frac{68}{40} = 1,7 \quad \frac{93,5}{55} = 1,7$$

Tous les rapports sont égaux donc nous avons bien un tableau de proportionnalité.

b. Comparons le poids sur la lune et sur la terre d'une masse m

$$P_{\text{lune}} = m g_L \text{ d'où } m = \frac{P_{\text{lune}}}{g_L} \text{ que nous pouvons remplacer dans}$$

$$P_{\text{terre}} = m g_T = \frac{P_{\text{lune}} \times g_T}{g_L} = \frac{P_{\text{lune}} \times 9,8}{1,7} \approx P_{\text{lune}} \times 6$$

Nous pesons bien 6 fois moins sur la lune que sur la terre.

3) a. Appliquons les formules de trigonométrie dans le triangle rectangle BCD:

$$\tan(4,3) = \frac{BD}{CD} \text{ donc } BD = CD \times \tan(4,3) \approx 29 \times 0,075 \approx 2,2 \text{ km au dixième de km près.}$$

b. Résolvons l'équation suivante:

$$CD = \frac{20}{100} \times AB \text{ donc } AB = \frac{100 \times CD}{20} = \frac{100 \times 29}{20} = 145 \text{ km}$$

Exercice IV – Fonctions et Géométrie (4 points)

1) Mettre le chiffre 6 dans la cellule A17 revient à remplacer x par 6 dans l'expression.

$$\text{En B 17 nous obtenons alors } 2 \times 6^2 - 3 \times 6 - 9 = 72 - 18 - 9 = 45$$

2) L'expression est égale à 0 en B3 et en B12, donc deux solutions de l'équation

$$2x^2 - 3x - 9 = 0 \text{ sont } x = -1,5 \text{ et } x = 3$$

3) L'aire du rectangle ABCD est donnée par le produit des 2 cotés soit:

$$AB \times AD = (2x + 3) \times (x - 3) = 2x^2 - 6x + 3x - 9$$

Dans le tableur, l'expression est égale à 5 pour $x = 1,5$ et $x = 3,5$

Pour que les longueurs du rectangle soient positives, il faut que $x = 3,5$.

Correction Brevet de Mathématiques 2013 – Pondichéry

Exercice V – Géométrie dans l'espace (6 points)

1) L'aire de la base est déduite de

$$\text{Volume} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} \quad \text{donc } A_{ABCD} = \frac{V_{SABCD} \times 3}{SH} = \frac{108 \times 3}{9} = 36 \text{ cm}^2$$

2) La longueur du côté AB du carré ABCD est déduite de

$$A_{ABCD} = AB^2 = 36 \text{ donc } AB = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

3) Le périmètre de ABC est donné par

$$\begin{aligned} P_{ABC} &= AB + BC + CA \\ &= AB + BC + \sqrt{(AB^2 + BC^2)} \text{ en appliquant Pythagore dans le triangle rectangle } ABC \\ &= 2 AB + \sqrt{(AB^2 + AB^2)} \text{ car } AB = BC \text{ du fait que } ABCD \text{ est un carré} \\ &= 2 \times 6 + \sqrt{2} \times 6^2 \\ &= 12 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

4) a. La pyramide SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD. Posons k le facteur de réduction.

$$\text{Longueur} \div k = \text{longueur réduite}$$

$$\text{Aire} \div k^2 = \text{aire réduite}$$

$$\text{Volume} \div k^3 = \text{volume réduit}$$

Dans notre cas, l'aire est divisée par 9, le facteur de réduction est donc $\sqrt{9} = 3$.

Le volume de la nouvelle pyramide SMNPQ est alors $108 \div k^3 = 4 \text{ cm}^3$

b. Oui, Elise à raison car le triangle MNO est la réduction du triangle ABC donc le périmètre qui est une longueur est divisé par le facteur de réduction $k = 3$.

Exercices VI – Équations et Unités (6 points)

1) Nous pouvons appliquer la règle de trois: sachant qu'il y a 24h dans une journée,

24	1
?	255

La durée du vol est de : $24 \times 255 : 1$ soit

6 120 heures

2) Nous pouvons de nouveau appliquer une règle de trois:

?	1
560 millions	6120

La vitesse est de $560\,000\,000 \times 1 : 6120$ soit

91 500 km/h à la centaine près.

3) Calculons le temps de parcours grâce à une règle de trois:

248×10^6	?
300000	1

Le temps de parcours est $248 \times 10^6 \times 1 : 300000$ soit 826,6 secondes ≈ 14 min à la min près.

Elles sont apparues 14 min après 7h48 donc à 8h02 le 6 août 2012.